



# Компютърно Геометрично Моделиране Computer Aided Geometric Design

**Лектор:** Красимира Влъчкова

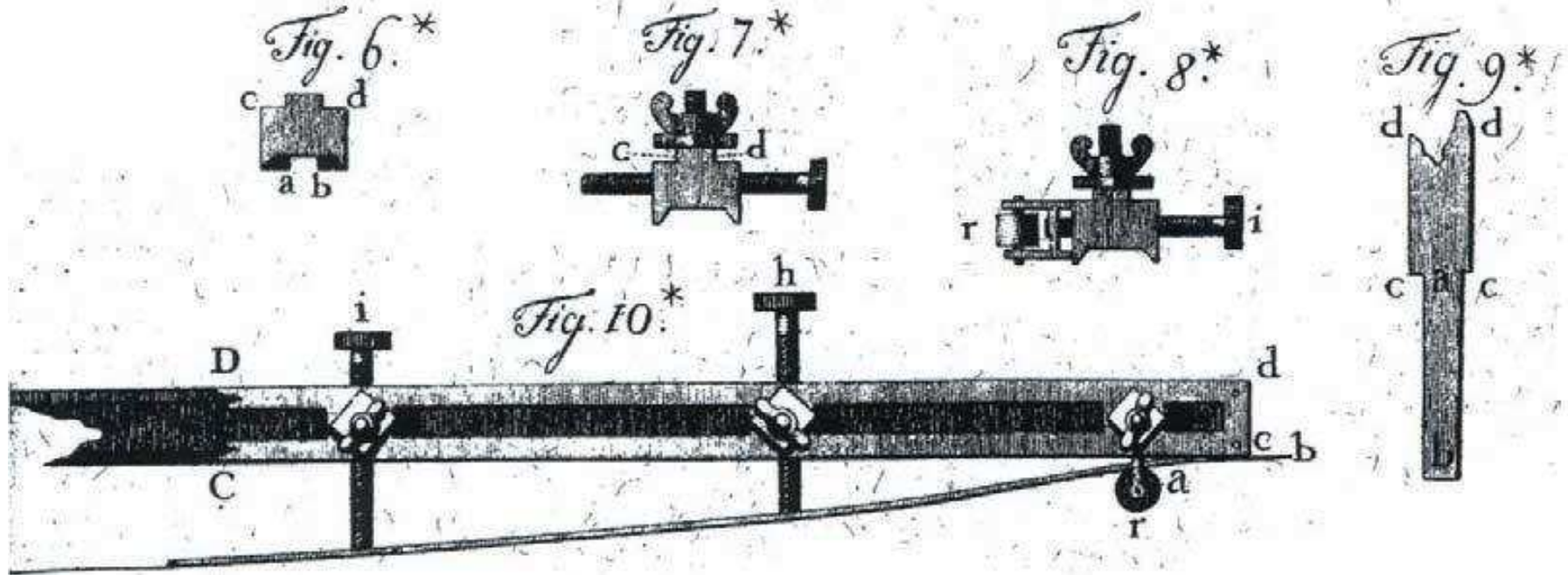
# Уводна лекция - съдържание

1. Кратка история на CAGD
2. Описание на курса
3. Изпит

# Кратка история на САГД

- Първото исторически доказано използване на кривите в производството е в **корабостроенето**.
- **Чертежи** се използват за първи път в Англия през 17 в.
- **Класическият сплайн** е тънка еластична дървена пръчка, използвана за чертане на гладки криви.

# Кратка история на САГД



# Начало на автоматизирания геометричен дизайн

Roy A. Lining (NAA), *Practical Analytic Geometry with Applications to Aircraft*, 1944. За първи път са комбинирани класически (ръчни) методи за чертаене с **изчислителни техники**. Предложен е **числен метод** за запазване на чертежите като таблици от числа.

PRACTICAL ANALYTIC GEOMETRY  
WITH APPLICATIONS TO AIRCRAFT

ROY A. LINING

Head of Engineering Lab Mathematics  
North American Aviation, Inc.

Special Lecturer in Engineering Mathematics  
University of Southern California

THE MACMILLAN COMPANY - NEW YORK

1944

# Криви и повърхнини на Bézier

## Криви на Bézier

- Paul de Casteljau (Citroën, 1959) разработва собствена система за моделиране на криви и повърхнини, в чиято основа е една нова и забележителна идея.  
Алгоритъм на de Casteljau, 1971
- Pierre Bézier (Renault) чрез друг подход достига до същия резултат.
- Кривите на Bézier могат да се изразят посредством полиномите на Бернщайн (A. K. Forrest, Cambridge).
- Поради факта, че работата на de Casteljau никога не е била публикувана, теорията на полиномиалните криви и повърхнини, изразени чрез полиномите на Бернщайн, носи името на Bézier.

# В - сплайни

**В-сплайните** са другият основен апарат за представяне на криви и повърхнини в CAGD.

- **I. Schoenberg** се счита за откривател на сплайните.
- **Carl de Boor** (**General Motors**, 1960) започва да използва В-сплайните като средство за геометрично представяне на обекти. **Алгоритъм на de Boor - Cox** за рекурсивно дефиниране на В-сплайните
- **Gordon и Riesenfeld** са доказали, че алгоритъмът на de Boor - Cox е обобщение на алгоритъма на de Casteljau и кривите на Bézier са частен случай на В-сплайните
- **NURBS** (**N**on **U**niform **R**ational **B**-splineS) са обобщение на В-сплайните и в момента са стандарт за моделиране на криви и повърхнини в индустрията.

# Параметрични повърхнини

- Изучавани са от Гаус и Ойлер. Те са основно средство във всички системи за индустриален дизайн.
- Най-популярни са повърхнини, получавани като тензорно произведение на криви. За пръв път са въведени от de Boor (1962) за случая на бикубична сплайн интерполация.
- В работите на de Casteljau се разглеждат параметрични повърхнини, дефинирани над равнинен триъгълник и зависещи от контролни точки.



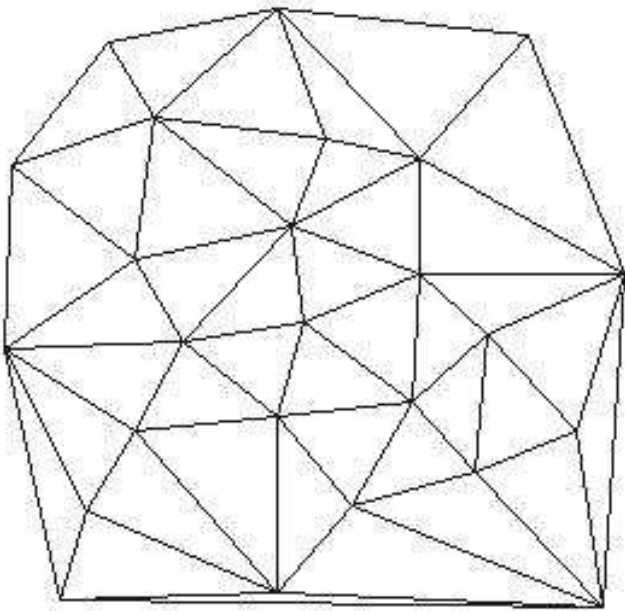
# Трансфинитна интерполация

- **S. A. Coons** (M.I.T., консултант на **Ford**, 1962) е предложил изключително ефикасен и прост метод за конструиране на **параметрична повърхнина, интерполираща 4 зададени гранични криви**. Обобщение е направено от **Gordon** (**General Motors**). Наричат се **повърхнини на Gordon - Coons** (трансфинитни интерполанти).
- **Трансфинитна триъгълна интерполанта** от типа на Coons е конструирана от **Barnhill, Birkhoff и Gordon** през 1974 г.

Терминът **CAGD** е въведен от **R. Barnhill** и **R. Riesenfeld** през 1974 г. на организирана от тях конференция по темата в University of Utah.

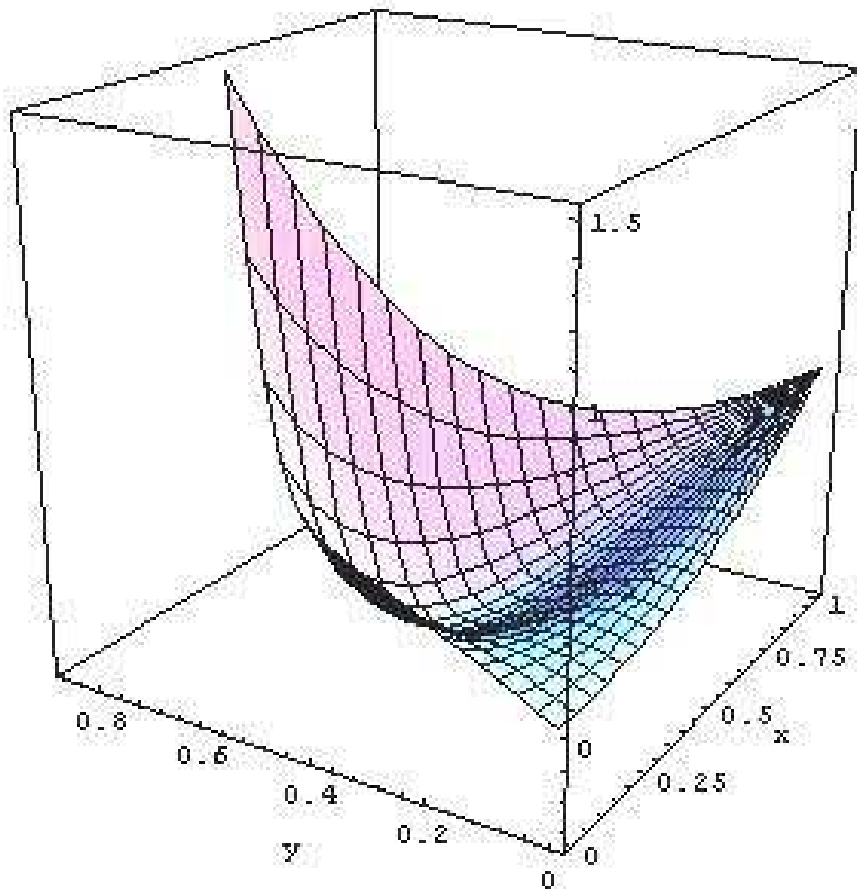
# Триангулация на точки в $\mathbb{R}^2$

**Триангулация** на множество от точки в  $\mathbb{R}^2$  е съвкупност от непресичащи се, неизродени триъгълници в  $\mathbb{R}^2$ , за които множеството от върховете на триъгълниците съвпада с множеството от точки.



Триангулация за  $n = 25$

# Триъгълна трансфинитна интерполанта



# Subdivision алгоритми

- Алгоритмите за подразделяне (**subdivision**) са една от най-успешните и съвременни техники за просто и ефикасно конструиране на гладки повърхнини с произволна топология.
- Стартира се от частично-линейна полигонална мрежа. Гладката повърхнина се получава като граница на рекурсивен процес на подразделяне на всяко лице на полигона на по-малки лица .
- В компютърната анимация (например в игралните филми на **Pixar**) **subdivision** повърхнините са предпочитания начин за моделиране на движещи се 3D обекти.

# Литература

1. G. Farin, **Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design: A Practical Guide**, Academic Press, 4 ed., 1997
2. Лекции от курса (на български език)

# Описание на курса

**Вид:** избран за бакалаври

**Хорариум:** 3+0+1

**Дисциплина:** Приложна Математика

**Курс:** М,И,ПМ,МИ,КН,СИ,ИС-2,3,4

**Изисквания:** елементарни познания по Анализ 1, Алгебра, Геометрия

**Изпит:** две контролни (тестове) по време на семестъра,

I контр. - върху криви на Безие

II контр. - последната седмица от семестъра

Окончателната оценка е средно аритметично от оценките от двете контролни.

**Завършва се с текуща оценка!**