

Контролно No 1 (примерни теми)

1. Нека AB е отсечка с краища т. $A(1,4)$ и т. $B(4,1)$, и т. M дели отсечката AB в съотношение $2:1$, считано от т. A .

а) Намерете координатите на т. M и напишете уравнението на правата m през т. M , перпендикулярна на правата $l: 2x + y - 8 = 0$.

б) Намерете (координатите на) пресечните точки L и N , съответно на правите l и m , с оста Ox и докажете, че правите NM и LM са перпендикулярни.

в) Напишете уравнението на окръжността, описана около $\triangle MNL$ и на допирателната през т. M към окръжността.

2. Изследвайте и решете системата:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + ax_4 = -1 \\ x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 3x_4 = a \end{cases}$$

в зависимост от параметъра a .

3. Пресметнете детерминантата:

а)
$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} 5 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & p & 0 \end{vmatrix},$$

където p е (реален) параметър. Изчислете също (стойността) $\Delta(1)$.

б)
$$\Delta(t) = \begin{vmatrix} 1 & 3 & t & 3t \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 9 & t^2 & 9t^2 \\ 1 & 27 & t^3 & 27t^3 \end{vmatrix} \quad (t \text{ е параметър}).$$

Изчислете също $\Delta(3)$.

4. Пресметнете производната на функцията

$$y = \sqrt{4 + [\sin^2(13x - 7)] \operatorname{tg} \left(\frac{3x^3 - 5x^2 + 6}{3 + 13x^4} \right)}.$$

Контролно No 2 (примерни теми)

1. Намерете границите:

а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x\sqrt{9x^2 - 1} + 7 - 6x^2);$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \cdot \sin^3 6x}{(\cos 6x - 1)^2}.$

2. Пресметнете производната на функцията:

а) $y = \sqrt{4 + [\sin^2(13x - 7)] \operatorname{tg} \left(\frac{3x^3 - 5x^2 + 6}{3 + 13x^4} \right)};$

б) $y = e^{\operatorname{tg}^3 \sqrt{\cos^2(x^3 + 13x) + 2}}.$

3. Изследвайте функцията и начертайте графиката ѝ:

$$y = \frac{9 - x^2}{3x^2 - 12}.$$

Вариант:

1. Намерете границите:

а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x\sqrt{4x^2 - 1} - (2x^2 + 1)];$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 4x)^2}{x \cdot \sin^3 2x}.$

2. Пресметнете производната на функцията:

а) $y = \sqrt{[1 + \operatorname{tg}^2(13x - 7)][3 + \sin \left(\frac{3x^3 - 5x^2 + 6}{3 + 13x^4} \right)]};$

б) $y = e^{\sin^2 \sqrt{\operatorname{tg}^3(x^5 - 3x^2 + 2) + 1}}.$

3. Изследвайте функцията и начертайте графиката ѝ:

$$y = \frac{4x^2 - 1}{4 - x^2}.$$

Контролно No 2

1. Намерете границите:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x\sqrt{16x^2 + 1} + 2 - 4x^2);$ (4т.)

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \operatorname{tg} 2x}.$ (4т.)

2. Пресметнете производната на функцията:

$$y = \ln^2 \left(\sqrt{2 + \sin^3(3x^4 - 5x^2 + 6)} \right). \quad (4т.)$$

3. Изследвайте функцията и начертайте графиката ѝ:

$$y = \frac{x^2 - x}{4x^2 - 1}. \quad (7т.)$$

Контролно No 2

1. Намерете границите:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + 6x^2 - 2x\sqrt{2 + 9x^2});$ (4т.)

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \operatorname{ctg} 2x}{1 - \cos 2x}.$ (4т.)

2. Пресметнете производната на функцията:

б) $y = \sin^3 \left(\sqrt{2 + \ln^2(3x^4 - 5x^2 + 6)} \right).$ (4т.)

3. Изследвайте функцията и начертайте графиката ѝ:

$$y = \frac{3x^2 - 4x}{x^2 + 1}.$$

Контролно No 2

1. Намерете границите:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4x^2 + 1 - 2x\sqrt{4x^2 + 3})$; (4т.)

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \cdot \sin^3 6x}{(\cos 6x - 1)^2}$. (4т.)

2. Пресметнете производната на функцията:

$$y = \sqrt{7 + [\sin^4(13x - 7)] \operatorname{tg}^2(3 + 13x^4)}. \quad (4т.)$$

3. Изследвайте функцията и начертайте графиката ѝ:

$$y = \frac{9 + x^2}{12 - 4x^2}. \quad (7т.)$$

Контролно No 2

1. Намерете границите:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x\sqrt{1 + 4x^2} + 1 - 6x^2)$;
(4т.)

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x \operatorname{tg} 2x}{1 - \cos 3x}$.
(4т.)

2. Пресметнете производната на функцията:

б) $y = e^{\sqrt{\cos^2(x^3 + 13x) + 2}}$.
(4т.)

3. Изследвайте функцията и начертайте графиката ѝ:

$$y = \frac{1 + 4x^2}{x^2 - 4}.$$

Контролно No 2 (примерни теми)

1. Намерете границите:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x\sqrt{9x^2 - 1} + 7 - 6x^2);$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \cdot \sin^3 6x}{(\cos 6x - 1)^2}.$

2. Пресметнете производната на функцията:

a) $y = \sqrt{4 + [\sin^2(13x - 7)] \operatorname{tg} \left(\frac{3x^3 - 5x^2 + 6}{3 + 13x^4} \right)};$

б) $y = e^{\operatorname{tg}^3 \sqrt{\cos^2(x^3 + 13x) + 2}}.$

3. Изследвайте функцията и начертайте графиката ѝ:

$$y = \frac{9 - x^2}{3x^2 - 12}.$$

Вариант:

1. Намерете границите:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x\sqrt{4x^2 - 1} - (2x^2 + 1)];$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 4x)^2}{x \cdot \sin^3 2x}.$

2. Пресметнете производната на функцията:

a) $y = \sqrt{[1 + \operatorname{tg}^2(13x - 7)][3 + \sin \left(\frac{3x^3 - 5x^2 + 6}{3 + 13x^4} \right)]};$

б) $y = e^{\sin^2 \sqrt{\operatorname{tg}^3(x^5 - 3x^2 + 2) + 1}}.$

3. Изследвайте функцията и начертайте графиката ѝ:

$$y = \frac{4x^2 - 1}{4 - x^2}.$$

Примерни теми за Контролно No 3

I. Интегралите:

Решете интегралите (варианти):

$$1). \int_1^{\pi+1} \cos(2x-2) dx; \quad 2). \int \frac{4x}{(2x-1)^3} dx; \quad 3). \int (2x^2 - x + 1)e^{-3x} dx.$$

$$1^0). \int \cos^2(x-1) dx; \quad 2^0). \int_0^1 \frac{2x+1}{\sqrt{9-4x^2}} dx; \quad 3^0). \int \frac{4x-5}{\sqrt{4+3x-x^2}} dx.$$

$$1^*). \int_3^{\pi/2+3} \sin(3-x) dx; \quad 2^*). \int_0^1 \frac{5-2x}{\sqrt{16+9x^2}} dx; \quad 3^*). \int (3x^3 + x) \sin 2x dx.$$

Забележка. В задача 1 се дават два интеграла – неопределен и определен от дадените по-горе образци.

II. Диференциални уравнения от 1-ви ред:

За уравнението:

а) $(x-1)^2 y' + y^2 = 0$ -- намерете общото решение (общия интеграл) и начертайте интегралната крива през т. (2,-1);

б) $y' + 2y = 1 + 2x^2$ -- намерете общото решение и решете задачата на Коши с начално условие $y(0) = 1$.

Забележка. Един от горните два случая се дава като задача 2.

III. Диференциални уравнения от 2-ри ред:

Намерете общото решение на уравнението (Решете уравнението):

$$а) y'' - 4y' + 4y = 0; \quad б) 2y'' + y' - 3y = 3x - 1; \quad в) 3y'' - 2y' - 5y = 7e^{-2x}.$$

Забележка. Като задача 3 се дава едно уравнение от някой от посочените в т.т.

а), б), в) типове.